TRANSPORTNI PROBLEM

Transportni problem pripada specijalnim tipovima problema linearnog programiranja. Opšti transportni problem znači rasporelivanje nekog proizvoda (robe) iz određenog broja izvora snabdevanja u određeni broj prijemnih centara (odredišta) pri čemu se kao cilj postavlja minimizacija troškova raspoređivanja (troškovi vezani za prevoz i distribuciju robe).
Neka je dato m izvora S_i, sa raspoloživim količinama robe $s_1, s_2, ..., s_m$ i n odredišta D_j, sa zahtevanim količinama $d_1, d_2, ..., d_n$. Neka je količina robe transportovana od izvora S_i do odredišta D_j označena sa x_{ij}. Pretpostavimo da su troškovi distribucije proporcionalni količinama transportovane robe. Ako su c_{ij} jedinični troškovi distribucije na relaciji $i-j$, tada su ukupni troškovi na datoj relaciji jednaki sa $c_{ij} \cdot x_{ij}$. Po pretpostavci, ukupne raspoložive i raspoređene (tražene) količine su međusobno jednake:

$$\sum_{i=1}^{m} s_i = \sum_{j=1}^{n} d_j = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \qquad (1)$$

Model transportnog problema je:

$$x_{ij} \geq 0, \quad i=1,2,...,m, \quad j=1,2,...,n \qquad (a)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = s_i, \quad i=1,2,...,m \qquad (b) \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = d_j, \quad j=1,2,...,n \qquad (c)$$

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} = v \rightarrow \min \qquad (d)$$

U modelu (2) ima $m \cdot n$ nenegativnih primarnih promenljivih, sa $m+n$ ograničenja odnosno $m+n$ dualnih promenljivih.

Osobine modela transportnog problema su sledeće:

- matrica troškovnih elemenata se može redukovati, a to ne utiče na optimalno rešenje
- jedna od ograničavajućih uslova se može izostaviti iz sistema, odgovarajuće informacije su sadržane u ostalim uslovima
- uvek postoji moguće rešenje
- uvek postoji takvo moguće bazno rešenje koje ima najviše $m+n-1$ pozitivan elemenat
- ako su vrednosti s_i i d_j sve celobrojne, tada su i sva bazna rešenja x_{ij} celobrojne veličine
- uvek postoji konačna minimalna vrednost funkcije kriterijuma

Primer 1.

Tri fabrike konzervi iz tri različita kraja zemlje, imaju zajedničke prodavnice locirane u gradovima A, B, C i D. Fabrike mogu dnevno ispuniti 1400, 800 odnosno 1400 kutija limenki respektivno, a prodavnice u pojedinim gradovima mogu prodati 600, 1200, 1200 odnosno 800 kutija respektivno.
Distributer želi da odredi broj kutija koje treba otpremiti iz tri fabrike u četiri prodavnice, tako da svaka prodavnica dobije toliko kutija limenki koliko može dnevno da proda, a da ukupni troškovi transporta budu minimalni. Troškovi transporta po kutiji dati su tabelom:

	A	B	C	D
F_1	25	5	10	10
F_2	15	10	10	20
F_3	10	15	10	15

xij – broj kutija limenki koje treba transportovati iz fabrike Fi (i=1,2,3) do grada A, B, C ili D (j=1,2,3,4)

x11, x12, x13, x14, x21, x22, x23, x24, x31, x32, x33, x34,x41, x42, x43, x44>=0
x11 + x12 + x13 + x14 =1400
x21 + x22 + x23 + x24 =800
x31 + x32 + x33 + x34 =1400
x41 + x42 + x43 + x44 =200
x11 + x21 + x31 + x41 =600
x12 + x22 + x32 + x42 =1200
x13 + x23 + x33 + x43 =1200
x14 + x24 + x34 + x44 =800
25x11+10x12+10x13+10x14+15x21+10x22+10x23+10x24+10x31+15x32+10x33+15x24 **min**

```
        1)      29200.00

  VARIABLE        VALUE
       X11        0.000000
       X12     1200.000000
       X13        0.000000
       X14      200.000000
       X21      600.000000
       X22        0.000000
       X23      200.000000
       X24        0.000000
       X31        0.000000
       X32        0.000000
       X33      800.000000
       X34      600.000000
       X41        0.000000
       X42        0.000000
       X43      200.000000
       X44        0.000000
```

Transoprtni problem (maksimum)

U jednom poljoprivrednom gazdinstvu treba zasejati sa šest različitih kultura (K_j, j=1,2,3,4,5,6) pet različitih tipova zemljišta (Z_i, i=1,2,3,4,5). Veličinu zemljišnih površina po tipovima (ha), plan setve po kulturama (ha) i prinosi u decitoni po hektaru pojedinih kultura na pojedinim tipovima zemljišta dati su sledećom tabelom:

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	Povr{ine
Z_1	18	9	45	9	30	45	2500
Z_2	21	15	20	10	36	9	1000
Z_3	29	30	23	15	38	24	1500
Z_4	6	36	26	18	40	18	2000
Z_5	15	33	27	21	45	21	1000
Plan setve	600	400	1500	2500	1500	1500	

1. Utvrdite optimalni setveni plan uz maksimalan prinos!

xij – veličina Zi (i=1,2,3, 4, 5) zasejana Kj (j=1,2,3,4, 5, 6)

xij>=0
x11 + x12 + x13 + x14+x15+x16 =2500
x21 + x22 + x23 + x24+x25+x26 =1000
x31 + x32 + x33 + x34+x35+x36 =1500
x41 + x42 + x43 + x44+x45+x46 =2000
x51 + x52 + x53 + x54+x55+x56 =1000
x11 + x21 + x31 + x41+x51 =600
x12 + x22 + x32 + x42+x52 =400
x13 + x23 + x33 + x43+x53 =1500
x14 + x24 + x34 + x44+x54 =2500
x15 + x25 + x35 + x45+x55 =1500
x16 + x26 + x36 + x46+x56 =1500
18x11+9x12+45x13+9x14…+21x56 **max**

Optimalno rešenje:

Zmax=261600

x13=1500
x16=1000
x25=1000
x31=600
x34=400
x36=500
x42=400
x44=1600
x54=500
x55=500